

臺灣警察專科學校 112 學年度專科警員班第 42 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

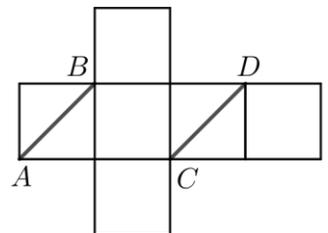
壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 **2B** 鉛筆劃記於答案卡內。

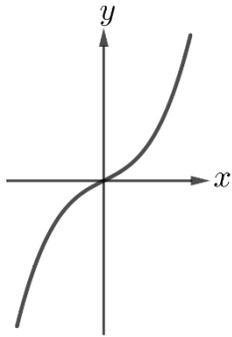
准考證號：_____

- 坐標平面上有一直線 $L: 11x - 7y = 1$ ，下列選項中，哪一點與 $P(7, 11)$ 都在 L 的同一側？
 (A) (6, 10) (B) (8, 12) (C) (9, 9) (D) (11, 7) 。
- 設數據 $X: 5, 8, 13, 21$ 的標準差為 a ，則數據 $Y: -0.5, -0.8, -1.3, -2.1$ 的標準差為何？
 (A) $-a$ (B) a (C) $-\frac{a}{10}$ (D) $\frac{a}{10}$ 。
- 設 $f(x) = 2\sin(15x)$ ，則 $f(x)$ 的週期為何？
 (A) $\frac{1}{15}\pi$ (B) $\frac{2}{15}\pi$ (C) $\frac{15}{\pi}$ (D) $\frac{15}{2\pi}$ 。
- 將 3 顆相同的紅球、2 顆相同的黑球和 2 顆相同的白球排成一列，共有幾種排法？
 (A) 210 (B) 420 (C) 1225 (D) 15435 。
- 在數線上，設 $A(-5.9)$ ， $B(1.6)$ ，若 P 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{BP} = 2:3$ ，則 P 點坐標為何？
 (A) -3.4 (B) -2.9 (C) -1.4 (D) -0.9 。
- 已知 n 為正整數，且 $\sqrt{10000+n}$ 為整數，則 n 的最小值為多少？
 (A) 1 (B) 100 (C) 121 (D) 201 。
- $\log_3 0.3$ 與下列哪一選項的值相同？
 (A) $1 - \log 3$ (B) $1 + \log 3$ (C) $1 + \frac{1}{\log 3}$ (D) $1 - \frac{1}{\log 3}$ 。
- 將 $1 - \frac{\sin 79^\circ \times \cos 79^\circ}{\tan 79^\circ}$ 化簡後，與下列哪一個選項相同？
 (A) $\sin 11^\circ$ (B) $\cos 11^\circ$ (C) $\sin^2 11^\circ$ (D) $\cos^2 11^\circ$ 。
- 有一等比數列 $\{a_n\}$ ，已知 $a_3 = 3$ ， $a_6 = -24$ ，則前 10 項的和 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 的值為何？
 (A) $-\frac{1023}{4}$ (B) $\frac{1023}{4}$ (C) $-\frac{3071}{4}$ (D) $\frac{3071}{4}$ 。
- 直線 $3x - 4y = 5$ 和 $4x + ky = 5$ 平行，則兩直線的距離為何？
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$ 。
- 右圖為一個正立方體的展開圖，試問將此展開圖摺成正立方體之後， \overline{AB} 和 \overline{CD} 的距離最短為多少？
 (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2 。
- 在坐標空間中，點 $A(0, 1, -1)$ ， $B(1, -3, -8)$ ， $C(0, -1, -5)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
 (A) $\sqrt{6}$ (B) 3 (C) $3\sqrt{2}$ (D) 18 。

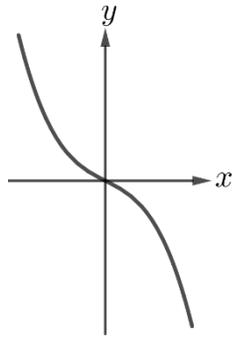


13. 下列何者為 $y = x(3 - 2x^2)$ 的函數圖形？

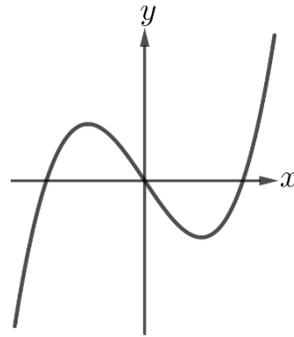
(A)



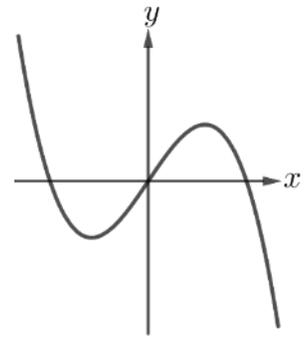
(B)



(C)



(D)



14. 多項式 $(x+2)^2(x-2)^2$ 除以 $(x+1)(x-1)$ 的餘式為何？

(A) -3

(B) 9

(C) $-12x + 21$

(D) $-40x + 41$ 。

15. 坐標平面上有一圓 $x^2 + y^2 + 8x + 12y + 25 = 0$ ，則通過點 $(-3, -5)$ 的最短弦之長度為何？

(A) 5

(B) 10

(C) $3\sqrt{3}$

(D) $6\sqrt{3}$ 。

16. 設 $f(x) = ax + b$ ，且 $y = f(x-1)$ 的圖形與 $y = f(x) + 3$ 的圖形重合，則 a 的值為何？

(A) 3

(B) -3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $-\frac{1}{3}$ 。

17. 在坐標平面上，若點 $P(x, y)$ 滿足 $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$ ，則 P 點所在的區域面積為何？

(A) 1.5

(B) 2

(C) 2.5

(D) 3。

18. 從甲、乙、丙、...共 10 人中，隨機選出 2 人，每人被選中的機會均等，則在已知甲被選中的情況下，乙、丙其中一人也被選中的機率為何？

(A) $\frac{1}{9}$

(B) $\frac{2}{9}$

(C) $\frac{1}{10}$

(D) $\frac{1}{5}$ 。

19. 如圖，依序將黑色三角形的中間部份挖空成白色的三角形，假設在圖 n 中有 a_n 個白色的三角形，如 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 4$ ， $a_3 = 13$ ，則圖六中的白色三角形個數 a_6 的值為何？



圖一



圖二



圖三

(A) 182

(B) 243

(C) 364

(D) 729。

20. 不等式 $|x - 10\pi| \leq \pi$ 有幾個正整數解？

(A) 3

(B) 4

(C) 6

(D) 7。

21. 多項式函數 $f(x) = (x-1)(x+1)(x+3) + 5$ 在對稱中心的一次近似函數 $g(x)$ 為何？

(A) $x + 6$

(B) $-x + 2$

(C) $2x + 3$

(D) $-4x + 1$ 。

22. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 36 & 48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 72 \end{bmatrix}$ 等於下列哪一個選項？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ 。

23. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ， D 點在 \overline{BC} 上，且 \overline{AD} 平分 $\angle A$ ，已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ，則 \overline{AD} 的長度為何？

(A) $\frac{7}{12}$

(B) $\frac{12}{7}$

(C) $\frac{12}{5}$

(D) $\frac{24}{7}$ 。

24. 在坐標平面上，設點 $O(0,0)$ 、 $A(15,5)$ 、 $B(2,-1)$ ，向量 $\vec{v} = (-1,3)$ ，動點 P 滿足 $\vec{OP} = \vec{OB} + t\vec{v}$ ，其中 t 為實數，若 \vec{OP} 與 \vec{AP} 垂直，則 $\triangle OAP$ 的面積為何？

- (A) $\frac{25}{2}$ (B) 50 (C) $\frac{75}{2}$ (D) 75。

25. 在坐標空間中，平面 $E: x+2y-2z=14$ ，直線 $L: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-k}{-1}$ ，設直線 L 與平面 E 相交於 P 點，已知點 $A(0,0,1)$

在直線 L 上，則 \overline{AP} 長為何？

- (A) 3 (B) 6 (C) 12 (D) 24。

26. 已知 x 和 y 滿足 $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ ，則 $|3x - 4y|$ 的最大值為何？

- (A) 6 (B) 19 (C) 31 (D) 50。

27. 某細菌在一恆溫的室內，每隔 2 小時分裂一次，數量會變成原來的兩倍，已知剛開始觀察時，細菌數量為 500 個，每小時觀察一次，若開始觀察後 n 個小時，數量會超過 10^5 個，則正整數 n 最小為多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) 15 (D) 16。

28. 空間中，設直線 $L: \begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$ (t 為實數) 與平面 $E: 2x-4y+5z=3$ 的夾角為 θ ，則 $\sin \theta$ 的值為何？

- (A) $\frac{8}{15}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ (D) $\frac{8\sqrt{15}}{45}$ 。

29. 已知 O 、 A 、 B 為不共線的三點，且 $\vec{OC} = 4\vec{OA} + 2\vec{OB}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是 $\triangle OAB$ 面積的幾倍？

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 8。

30. 空間中有兩平行直線 $L_1: \begin{cases} x=-3+t \\ y=1+2t \\ z=1+2t \end{cases}$ (t 為實數) 和 $L_2: \begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-5+2t \end{cases}$ (t 為實數)，則 L_1 和 L_2 的距離為何？

- (A) 3 (B) 6 (C) $3\sqrt{5}$ (D) 18。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

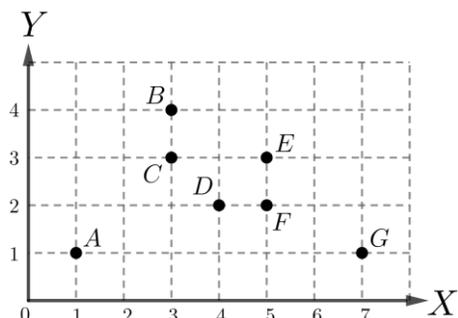
(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設 $f(x) = (2x-3)^{12}$ ，試選出正確的選項。

- (A) $f(x)$ 的常數項為 3^{12} (B) $f(x)$ 展開並作同類項合併後，共有 12 個不同類項。
 (C) $f(x)$ 的 x^9 項係數為 $C_3^{12} \cdot 2^9 \cdot (-3)^3$ (D) $f(x)$ 的各項係數和為 1 (E) $f(2x)$ 的各項係數和為 1。

32. 將 A 、 B 、 C 、...、 G 共 7 點的資料繪製在散布圖上，如右圖所示，設這 7 點的 x 坐標和 y 坐標的平均分別為 μ_x 和 μ_y ，這 7 點的 x 坐標和 y 坐標的標準差分別為 σ_x 和 σ_y ，這 7 點的 x 坐標和 y 坐標的相關係數為 r ，已知這 7 點的 y 坐標對 x 坐標的最適直線斜率為負。試選出正確的選項。

- (A) $\mu_x < \mu_y$ (B) $\sigma_x < \sigma_y$ (C) $r < 0$
 (D) 若移除 A 點，則剩餘 6 點的 x 坐標和 y 坐標的相關係數大於 r
 (E) 若移除 G 點，則剩餘 6 點的 x 坐標和 y 坐標為正相關。



33. 在坐標平面上，設點 $O(0,0)$ ， $A(2,1)$ ， $B(a,b)$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，試選出正確的選項。

- (A) A 、 B 對稱於直線 $y = x$ (B) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ (C) B 點在第二象限
 (D) $\vec{OA} = \vec{OB}$ (E) 直線 AB 的斜率為 -2 。

34. 設 $f(x) = \cos x$ ， $g(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ ，試選出正確的選項。

- (A) $f(\frac{\pi}{6}) = g(\frac{\pi}{6})$ (B) $f(x) + g(x)$ 的週期為 2π (C) $f(x) + g(x)$ 的最大值為 $\sqrt{3}$
 (D) $f(x) - g(x)$ 的週期為 π (E) $f(x) - g(x)$ 的最大值為 $\sqrt{2}$ 。

35. 設數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和 $S_n = n^2$ ，試選出正確的選項。

- (A) $a_{10} = 19$ (B) 數列 $\{a_n\}$ 中的每一項都是正奇數 (C) $\{a_n\}$ 是等差數列
 (D) $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \dots + a_{20} = 300$ (E) $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 190$ 。

36. 下列哪些選項中行列式的值，與 $\begin{vmatrix} 12 & 13 \\ 22 & 23 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 11 & 13 \\ 21 & 23 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 11 & 12 \\ 21 & 22 \end{vmatrix}$ 的值相同？

- (A) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ -1 & 2 & -3 \\ 21 & 22 & 23 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 12 & 13 \\ 10 & 10 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 11 & 13 \\ 10 & 10 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 11 & 12 \\ 10 & 10 \end{vmatrix}$
 (D) $\begin{vmatrix} 12 & 1 \\ 10 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 10 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 10 & 1 \end{vmatrix}$ (E) $\begin{vmatrix} 13 & 12 \\ 23 & 22 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 13 & 11 \\ 23 & 21 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 12 & 11 \\ 22 & 21 \end{vmatrix}$ 。

37. 設 $f(x) = 2^{-x}$ ，且點 $A(\alpha, 6)$ 和 $B(\beta, 12)$ 在 $y = f(x)$ 的函數圖形上，試選出正確的選項。

- (A) $1 > \alpha > \beta > 0$ (B) $f(2\alpha) = f(\beta)$ (C) $2^{\alpha-\beta} = \frac{1}{2}$ (D) $f(\frac{\alpha+\beta}{2}) < 9$ (E) \vec{AB} 斜率為 -6 。

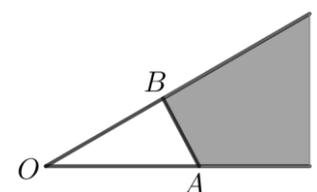
38. 擲一枚公正的骰子兩次。試選出正確的選項。

- (A) 若已知第一次擲出的點數為 1，則兩次的點數和為 6 的機率為 $\frac{1}{6}$
 (B) 若出現點數和為 n ，可獲得 n 元，則獲得金額的期望值為 6 元
 (C) 兩次點數相同的機率為 $\frac{1}{6}$
 (D) 兩次的點數和為 4 的機率與兩次點數和為 10 的機率相同
 (E) 兩次點數的乘積為奇數的機率與兩次點數的乘積為偶數的機率相同。

39. 如右圖，已知 O 、 A 、 B 為平面上不共線的三個相異點。設 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB}$ ，

$\angle AOB = \theta < 45^\circ$ ，則下列哪些選項中的數對 (x, y) ，可使得 P 點落在圖中的灰色區域內？

- (A) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ (B) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{2})$ (C) $(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$
 (D) $(\cos \theta, \sin \theta)$ (E) $(\log 3, \log 5)$ 。



40. 設 n 為大於 2 的正整數，且 θ_n 為正 n 邊形的一個內角。試選出正確的選項。

- (A) $\sin \theta_3 = \sin \theta_6$ (B) $\sin \theta_8 = \cos \theta_8$ (C) $\tan \theta_8 > \cos \theta_8$ (D) $\cos \theta_7 > \cos \theta_8$ (E) $\tan \theta_7 > \tan \theta_8$ °