

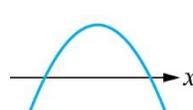
臺灣警察專科學校 112 學年度專科警員班第 42 期正期學生組新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。

(二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。

(三) 請將正確答案以 **2B** 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：\_\_\_\_\_

- 過點(3,1)且與直線  $x - y + 2 = 0$  平行之直線方程式為何？  
 (A)  $x - y = 0$                       (B)  $x - y - 2 = 0$                       (C)  $x + y + 2 = 0$                       (D)  $x + y - 4 = 0$  。
- 已知 $\theta$ 為銳角，且  $\tan \theta = \frac{5}{12}$ ，試求  $\sin \theta = ?$   
 (A)  $\frac{5}{13}$                                   (B)  $\frac{12}{13}$                                   (C)  $\frac{7}{12}$                                   (D)  $\frac{12}{5}$  。
- 已知某校老師使用 A 牌手機的百分比為 80%，而學生使用 A 牌手機的百分比為 40%，如果全校師生比例為 1：7，試求由全校師生隨機抽選一人，其使用 A 牌手機的機率為何？  
 (A) 75%                                  (B) 70%                                  (C) 50%                                  (D) 45% 。
- 為了得到  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  的函數圖形，只需把  $y = \cos x$  圖形上的所有點往\_\_ 平移  $\frac{\pi}{3}$  單位。  
 試問上一行「\_\_」要填入哪個字，才能使得該行敘述正確？  
 (A) 上                                      (B) 下                                      (C) 左                                      (D) 右 。
- 令多項式  $f(x) = (x^2 - ax - 2)(ax^2 - x + 2)$ ，若  $x + 2$  為  $f(x)$  的因式，試求  $a$  值 = ?  
 (A) -1                                      (B) 0                                      (C) 1                                      (D) 2 。
- 試問有多少個整數滿足不等式  $(x+3)(x+2)(x-1)(x-2) \leq 0$  ?  
 (A) 0                                      (B) 2                                      (C) 4                                      (D) 6 。
- 小明參加抽獎，箱中有 100 元的紙鈔 15 張、500 元的紙鈔 4 張、1000 元的紙鈔 1 張。假設每一張鈔票被抽到的機率相同，小明從箱子中任取兩張鈔票，其中獎金額的期望值為？  
 (A) 200                                      (B) 250                                      (C) 450                                      (D) 500 。
- 若  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若  $A^4 = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，求  $k = ?$   
 (A) 2                                      (B) 4                                      (C) 8                                      (D) 16 。
- 已知  $ABCDEF$  為正六邊形，請問下列選項的值何者最大？  
 (A)  $\overline{AB} \cdot \overline{AB}$                                   (B)  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$                                   (C)  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$                                   (D)  $\overline{AB} \cdot \overline{AF}$  。
- 在坐標空間中，有兩點  $A(a, a, 0)$ 、 $B(0, -a, -a)$ ，且  $a > 0$ ，若  $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ ，試求  $a = ?$   
 (A)  $\sqrt{2}$                                       (B)  $\sqrt{3}$                                       (C) 2                                      (D) 3 。
- 設平面向量  $\vec{u}$  跟  $\vec{v}$  互相垂直，若  $\vec{u} - \vec{v} = (9, -8)$ ，且  $|\vec{u}| = 12$ ，試求  $|\vec{v}| = ?$   
 (A) 1                                      (B) 3                                      (C) 5                                      (D) 7 。
- 若  $m$  為實數，試問  $y = (m^2 + 1)x^2 + (m + 1)x + 1$  的圖形可能是下列哪一個？  
 (A)                       (B)                       (C)                       (D)  。
- 已知一點  $A(8, -8)$ 、一圓  $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ ， $P$  為  $C$  上一點，試求  $\overline{PA}$  可能之最短距離為？  
 (A) 3                                      (B) 8                                      (C) 13                                      (D) 18 。
- 實數  $\sqrt{19 + 6\sqrt{10}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，試問  $a$  為多少？  
 (A) 3                                      (B) 4                                      (C) 5                                      (D) 6 。

15. 已知  $\langle a_n \rangle$  是滿足  $a_1 + a_2 + a_3 = 5$ ， $a_4 + a_5 + a_6 = -40$  的等比數列，試求此等比數列前 9 項之和。  
 (A)  $-2$  (B)  $45$  (C)  $285$  (D)  $320$ 。
16. 高鐵有 12 節車廂，其中 3 節設有充電站，但不會設置在相鄰的車廂。試問設置充電站的方法有多少種？  
 (A)  $C_3^9$  (B)  $C_3^{10}$  (C)  $C_3^{11}$  (D)  $C_3^{12}$ 。
17. 袋中有紅、黃、藍三種顏色的球共 9 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球（每顆球被抽中的機率相等），若抽出的兩顆球皆為黃色的機率為  $\frac{1}{6}$ ，皆為藍色的機率為  $\frac{1}{12}$ ，則試問袋中紅球共有幾顆？  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
18. 已知某數的常用對數值是  $-12.34$ ，將此數表示為科學記號且將係數部分四捨五入至小數點後第二位時為  $4.57 \times 10^a$ ，試問  $a$  為多少？  
 (A)  $-13$  (B)  $-12$  (C)  $12$  (D)  $13$ 。
19. 令  $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，則  $10^{3b-a+1} = ?$   
 (A) 35 (B) 45 (C) 90 (D) 135。
20. 請問  $\log_2 3$  與下列何者「不」相等？  
 (A)  $\log_4 9$  (B)  $\log_{20} 30$  (C)  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$  (D)  $\frac{\log 3}{1 - \log 5}$ 。
21. 一等差數列的前三項之和為 51，且其第六項為 7，若此等差數列從第  $n$  項開始為負數，求  $n = ?$   
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11。
22. 擲一枚均勻硬幣五次，已知共出現三次正面，試求在此情形下，前兩次投擲都出現正面的條件機率。  
 (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{3}{10}$  (D)  $\frac{9}{25}$ 。
23. 某校有 60% 是男生、40% 是女生，男生中有 60% 戴眼鏡、女生中有 40% 戴眼鏡。已知甲生有戴眼鏡，試求該生是男生的機率。  
 (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{9}{25}$  (C)  $\frac{16}{25}$  (D)  $\frac{9}{13}$ 。
24. 假設地球為一半徑  $r$  的球體，有一點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線長度為  $\frac{1}{3}\pi r$ 。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？  
 (A) 東經  $60^\circ$ 、北緯  $60^\circ$  (B) 東經  $60^\circ$ 、北緯  $30^\circ$  (C) 東經  $30^\circ$ 、南緯  $30^\circ$  (D) 東經  $30^\circ$ 、南緯  $60^\circ$ 。
25. 請選出值最小的選項。  
 (A)  $\sin 1$  (B)  $\cos 1$  (C)  $\frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{3}$  (D)  $\cos \frac{-\pi}{6}$ 。
26. 若二階方陣  $A$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ 、 $A \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$ ，若  $A \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $a+b+c+d = ?$   
 (A) 10 (B) 20 (C) 26 (D) 52。
27. 若點  $P(\sin(\theta + 45^\circ), \sin 2\theta)$  在第二象限，則點  $Q(\cos \theta, \sin \theta)$  在第幾象限？  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。
28. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，求  $\overline{BC} = ?$   
 (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 9。
29. 4 個數由小至大排列如下：1, 2, 3, 6。試問刪除下列哪一個數之後，剩下三個數的標準差最大？  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6。
30. 將一個直圓柱以一刀切成兩半，則其截面「不可能」是以下何種圖形？  
 (A) 長方形 (B) 圓 (C) 橢圓 (D) 拋物線。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題，題號自第 31 題至第 40 題，每題 4 分，計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的，每題皆不倒扣，5 個選項全部答對得該題全部分數，只錯 1 個選項可得一半分數，錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 設  $a, b, c$  都是實數。請問以下哪些敘述是正確的？

(A) 若  $a > b$ ，則  $a + c > b + c$

(B) 若  $a > b$ ，則  $ac > bc$

(C)  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

(D)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

(E) 若  $a+b$  跟  $ab$  都是有理數，則  $a$  跟  $b$  一定也都是有理數。

32. 已知直線  $L: 3x - 4y + 12 = 0$ ，試選出正確的選項。

(A)  $L$  的斜率為  $-\frac{3}{4}$

(B)  $x$  截距為 4

(C)  $y$  截距為 3

(D)  $L$  與兩座標軸所圍之三角形面積為 6

(E) 點  $(0,0)$  對直線  $L$  的對稱點為  $(-3,4)$ 。

33. 下列哪些選項的敘述是正確的？

(A) 若矩陣  $A$  的階數是  $3 \times 2$ ，矩陣  $B$  的階數是  $2 \times 3$ ，則  $AB \neq BA$

(B) 若  $A, B$  均為 2 階方陣，且  $AB=BA$ ，則  $A, B$  均有乘法反方陣

(C) 若  $A, B$  均為 2 階方陣，則  $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

(D) 若  $A$  為 2 階方陣、 $I$  為 2 階單位方陣，則  $(A+I)^3 = A^3 + 3A^2 + 3A + I$

(E) 若  $A, B$  均為 2 階方陣、 $I$  為 2 階單位方陣，且  $AB=I$ ，則  $BA=I$ 。

34. 請選出以下答案為  $C_3^8$  的選項。

(A) 從 8 人中選出 3 人的方法數

(B) 從 8 人中選出 5 人的方法數

(C)  $C_3^7 + C_2^7$

(D) 在  $(a-b)^8$  的展開式中， $a^3b^5$  項的係數

(E)  $C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7$ 。

35. 已知  $10^x = 8$ ，試選出正確的選項。

(A)  $100^x = 64$

(B)  $(0.1)^x = -8$

(C)  $10^{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}$

(D)  $x = (\log 2)^3$

(E)  $0.8 < x < 1$ 。

36. 下列關於二維數據分析，哪些選項的敘述是正確的？

(A) 相關係數  $r$  一定滿足  $-1 \leq r \leq 1$

(B) 最適直線的斜率  $m$  一定滿足  $-1 \leq m \leq 1$

(C) 若兩變量成直線關係，則相關係數為 1 或 -1

(D) 若兩變量其中一個全數加 10、另一個全數乘以 10，其相關係數不變

(E) 將兩變量的數據標準化，其相關係數不變。

37. 已知 $\theta$ 為銳角，且 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ ，試選出正確的選項。

(A)  $0^\circ < \theta < 45^\circ$

(B)  $\sin\theta \cos\theta = \frac{4}{9}$

(C)  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{3}$

(D)  $\sin^3\theta - \cos^3\theta = \frac{13}{27}$

(E)  $\tan\theta = \frac{9}{8}$ 。

38. 令多項式 $f(x) = (x-1)^4$ ，請問以下哪些敘述是正確的？

(A)  $f(x)$ 展開後 $x^2$ 係數為 $-6$

(B)  $f(x)$ 展開後各項係數和為 $0$

(C)  $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 $16$

(D)  $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 的餘式為 $-32x-16$

(E)  $f(x)$ 除以 $x^2-1$ 的餘式為 $16x-16$ 。

39. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，數列 $\langle b_n \rangle$ 為等比數列，則下列何者正確？

(A)  $\langle a_n + 3 \rangle$ 跟 $\langle 3a_n \rangle$ 都是等差數列

(B)  $\langle b_n + 3 \rangle$ 跟 $\langle 3b_n \rangle$ 都是等比數列

(C)  $\langle a_n b_n \rangle$ 是等差數列

(D)  $\langle a_n b_n \rangle$ 是等比數列

(E) 如果 $\langle (a_n)^2 \rangle$ 是等差數列，則 $\langle a_n \rangle$ 的公差 $d=0$ 。

40. 已知平面上相異三點 $A(0, -1)$ 、 $B(7, 0)$ 、 $C(2, 5)$ ，試選出正確的選項。

(A)  $\overrightarrow{AB} = (7, 1)$

(B)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 30$

(C)  $\triangle ABC$ 是銳角三角形

(D) 作 $\triangle ABC$ 在 $\overline{AC}$ 上的高 $\overline{BH}$ ，則 $\overline{BH} = \sqrt{30}$

(E)  $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $(1, 3)$ 。