

中央警察大學 107 學年度碩士班入學考試試題

所 別：消防科學研究所、交通管理研究所

科 目：微積分(同等學力加考)

作答注意事項：

1. 本試題共 4 大題，每題各占 25 分；共 2 頁。
2. 不用抄題，可不按題目次序作答，但應書寫題號。
3. 禁用鉛筆作答，違者不予計分。

一、請回答下列問題：

(一) 求 $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x+3}} dx = ?$ (8 分)

(二) 求 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sin^3 x \cos x + \sin^5 x \cos x) dx = ?$ (8 分)

(三) 求 $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan \theta \sec \theta d\theta = ?$ (9 分)

二、請回答下列問題：

(一) 函數 $f(x) = 50(e^{x/100} + e^{-x/100})$ 為一條弧線的方程式，求在 $x = -100$ 和 $x = 100$ 的範圍內，其弧線長度為何？(12 分)

(二) 函數 $f(x) = x^2$ 在 $x = 0$ 和 $x = \sqrt{2}$ 的範圍內形成一條弧線，求該弧線繞 y 軸旋轉所形成的旋轉曲面之面積。(13 分)

三、請回答下列問題：

(一) 請利用積分法推導一底部半徑為 r ，高度為 h 之圓錐體的體積公式。(12 分)

(二) 請計算兩函數 $y = x$ 與 $y = x^2$ 所包圍之面積。(13 分)

四、請回答下列問題：

(一) 請檢驗以下兩無窮級數的收斂或發散性：(16分)

1、
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2}$$

2、
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$$

(二) 請證明 $\sum_{i=1}^n i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ 。(9分)